**[奇偶性的判断并证明]**

1.判断下列函数奇偶性

(1);(2);(3);(4).

【答案】(1)既不是奇函数也不是偶函数.(2)奇函数.(3)既不是奇函数也不是偶函数.(4)偶函数.

【解析】(1)函数的定义域为{且},定义域不关于原点对称,

∴该函数既不是奇函数也不是偶函数.

(2) 的定义域是.

当时,显然,.

,是奇函数.

 (3)的定义域为*R*.

,,.

不是偶函数.又,不是奇函数.

既不是奇函数也不是偶函数.

(4) 的定义域为*R*.

,

是偶函数.

2判断下列函数的奇偶性：

（1）．

（2）．

（3）．

（4）

【答案】（1）既不是奇函数也不是偶函数；（2）既是奇函数又是偶函数；（3）偶函数；（4）奇函数.

【解析】（1）由得，∴函数的定义域为，

不关于原点对称．故既不是奇函数也不是偶函数．

（2）由得，即．

∴函数的定义域是，关于原点对称．

又，∴既是奇函数又是偶函数．

（3）函数的定义域为，关于原点对称．

又∵，

∴是偶函数．

（4）当时，，则

，

当时，，则

综上，对，都有． ∴为奇函数．

**【奇偶性求解析式】**

1.已知是上的奇函数，且当时，，则当时， 。

（2）已知函数在*R*上为偶函数，且当时，，则当时，的解析式是\_\_ \_\_\_．

【答案】（1）（2）*f*（*x*）＝*x*2+2*x*

【解析】由题意，设，则，则，

因为函数为上的奇函数，则，得，

 即当时，.

（2）当*x*＜0时，﹣*x*＞0，∴*f*（﹣*x*）＝*x*2+2*x*，又*f*（*x*）是偶函数，∴当*x*＜0时，*f*（*x*）＝*f*（﹣*x*）＝*x*2+2*x*．故答案为：*f*（*x*）＝*x*2+2*x*．

2.已知函数*y*＝*f*(*x*)的图象关于原点对称，且当*x*>0时，*f*(*x*)＝*x*2－2*x*＋3.则*f*(*x*)在*R*上的表达式为\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】因为是奇函数，且定义域为，故当时，；

则当时，.故答案为：.

**【利用奇偶性求参数】**

1.函数*y*＝*f*(*x*)在区间[2*a*－3，*a*]上具有奇偶性，则*a*＝\_\_\_\_\_\_\_\_.

2.若函数*f*（*x*）＝*ax*2+（2*a*2﹣*a*﹣1）*x*+1为偶函数，则实数*a*的值为 。

3.若函数*f*(*x*)=(*a*∈R)是奇函数，则*a*的值为（　　）

A．1 B．0 C．－1 D．±1

【答案】（1）1（2）1或$-\frac{1}{2}$（3）B

【解析】（1）由题意知，区间[2*a*－3，*a*]关于原点对称，∴2*a*－3＝－*a*，∴*a*＝1.

（2）：∵函数*f*（*x*）＝*ax*2+（2*a*2﹣*a*﹣1）*x*+1为偶函数，∴*f*（﹣*x*）＝*f*（*x*），

即*f*（﹣*x*）＝*ax*2﹣（2*a*2﹣*a*﹣1）*x*+1＝*ax*2+（2*a*2﹣*a*﹣1）*x*+1，

即﹣（2*a*2﹣*a*﹣1）＝2*a*2﹣*a*﹣1，∴2*a*2﹣*a*﹣1＝0，解得*a*＝1或*a*$=-\frac{1}{2}$，

（3）由题意，函数是定义域R上的奇函数，

根据奇函数的性质，可得，代入可得，解得，故选B.

4．如果定义在区间$[3-a, 5]$上的函数$f(x)$为奇函数，则$a=$ \_\_\_．

【答案】8

【解析】因为$f(x)$为奇函数由奇函数的性质可知，奇函数的定义域关于原点中心对称

即$3-a=-5$解得$a=8$

5.已知函数为偶函数，则的值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】因为函数为偶函数,

故,故恒成立.故.故,则.故答案为：

**【单调性与奇偶性的综合运用】**

1.已知定义在上的函数满足，且在上是增函数，不等式对于恒成立，则的取值范围是

A． B． C． D．

【答案】A

【解析】 为定义在上的偶函数，图象关于轴对称

又在上是增函数 在上是减函数

 ，即

对于恒成立 在上恒成立

，即的取值范围为：

本题正确选项：

2.函数的最大值是：（ ）

A． B． C． D．

【答案】A

【解析】 

故函数的最大值为：.故答案为：A.

3.已知函数，则函数的最小值为（ ）

A．4 B．5 C．6 D．7

【答案】C

【解析】在区间上任取，且，

，

，，则，，

又，，即，

函数在上单调递减，同理可证函数在上单调递增，

所以函数在处取得最小值，最小值为.故选：C

4.已知是定义在上的奇函数,且.

（1）求的解析式；

（2）判断在上的单调性,并用定义加以证明.

【答案】(1)  (2) 在上单调递增.见解析

【解析】（1）∵为奇函数,∴,∴.

由,得,

∴.

（2）在上单调递增.

证明如下:

设,则



∵,∴,,∴,

∴,∴在上单调递增.

**1．函数*f*(*x*)＝|*x*＋2|在[－3,0]上(　　)**

**A．单调递减 B．单调递增**

**C．先减后增 D．先增后减**

**【答案】C**

**【解析】作出*f*(*x*)＝|*x*＋2|在(－∞，＋∞)上的图象，如图所示，**

****

**易知*f*(*x*)在[－3,0]上先减后增．**

**2．设(*a*，*b*)，(*c*，*d*)都是*f*(*x*)的单调递增区间，且*x*1∈(*a*，*b*)，*x*2∈(*c*，*d*)，*x*1<*x*2，则*f*(*x*1)与*f*(*x*2)的大小关系为(　　)**

**A．*f*(*x*1)<*f*(*x*2) B．*f*(*x*1)>*f*(*x*2)**

**C．*f*(*x*1)＝*f*(*x*2) D．不能确定**

**【答案】D**

**3．函数*f*(*x*)＝的最大值为(　　)**

**A．1　　　　　　　　　 B．2**

**C. D.**

**【答案】B**

**【解析】作当*x*≥1时，函数*f*(*x*)＝为减函数，此时*f*(*x*)在*x*＝1处取得最大值，最大值为*f*(1)＝1；当*x*<1时，函数*f*(*x*)＝－*x*2＋2在*x*＝0处取得最大值，最大值为*f*(0)＝2.综上可得，*f*(*x*)的最大值为2，故选B.**

4.若函数为偶函数，对任意，且，都有，则有（ ）

A． B．

C． D．

【答案】A

【解析】

因为函数为偶函数，所以的对称轴为；

又对任意，且有，则

在上为单调递减函数.因为，

，，所以，

即.

故选:A.

5.已知函数为偶函数，当时，，则的解集是（ ）

A． B． C． D．

【答案】A

【解析】当时，．

由得或，

解得或，即．所以不等式的解集为.

故选：A.

6.函数在单调递增，且为奇函数，若，则满足的的取值范围是（ ）．

A． B． C． D．

【答案】D

【解析】

 是奇函数，故 ；又 是增函数，，即 则有 ，解得 ，故选D.

7.设奇函数在上为增函数，且，则不等式的解集为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

∵f（x）为奇函数，且在（0，+∞）上是增函数，f（1）=0，

∴f（1）=﹣f（﹣1）=0，在（﹣∞，0）内也是增函数

∴=＜0，即或 

根据在（﹣∞，0）和（0，+∞）内是都是增函数,解得：x∈（﹣1，0）∪（0，1）

**8．设*f*(*x*)是R上的偶函数，且在[0，＋∞)上单调递增，则*f*(－2)，*f*(－π)，*f*(3)的大小顺序是(　　)**

**A．*f*(－π)>*f*(3)>*f*(－2)**

**B．*f*(－π)>*f*(－2)>*f*(3)**

**C．*f*(3)>*f*(－2)>*f*(－π)**

**D．*f*(3)>*f*(－π)>*f*(－2)**

**【答案】A**

**【解析】作∵*f*(*x*)是R上的偶函数，∴*f*(－2)＝*f*(2)，*f*(－π)＝*f*(π)，**

**又*f*(*x*)在[0，＋∞)上单调递增，且2<3<π，∴*f*(π)>*f*(3)>*f*(2)，即*f*(－π)>*f*(3)>*f*(－2)．**

**9．已知*f*(*x*)＝*x*5＋*ax*3＋*bx*－8(*a*，*b*是常数)，且*f*(－3)＝5，则*f*(3)＝(　　)**

**A．21 B．－21**

**C．26 D．－26**

**【答案】B**

**【解析】作设*g*(*x*)＝*x*5＋*ax*3＋*bx*，则*g*(*x*)为奇函数．由题设可得*f*(－3)＝*g*(－3)－8＝5，得*g*(－3)＝13.又*g*(*x*)为奇函数，所以*g*(3)＝－*g*(－3)＝－13，于是*f*(3)＝*g*(3)－8＝－13－8＝－21.**

**10.(多选)设函数*f*(*x*)，*g*(*x*)的定义域都为R，且*f*(*x*)是奇函数，*g*(*x*)是偶函数，则下列结论中正确的有(　　)**

**A．*f*(*x*)*g*(*x*)是偶函数**

**B．|*f*(*x*)|＋*g*(*x*)是偶函数**

**C．*f*(*x*)|*g*(*x*)|是奇函数**

**D．|*f*(*x*)*g*(*x*)|是奇函数**

**【答案】BC**

**【解析】作∵*f*(*x*)是奇函数，*g*(*x*)是偶函数，∴|*f*(*x*)|是偶函数，|*g*(*x*)|是偶函数．根据一个奇函数与一个偶函数的积是奇函数，可得*f*(*x*)*g*(*x*)为奇函数，*f*(*x*)|*g*(*x*)|为奇函数，所以|*f*(*x*)*g*(*x*)|为偶函数，故选项A、D错误，选项C正确；由两个偶函数的和还是偶函数得选项B正确．故选B、C.**

**11.(多选)已知函数*f*(*x*)＝－2*x*＋1(*x*∈[－2,2])，*g*(*x*)＝*x*2－2*x*(*x*∈[0,3])，下列结论正确的是(　　)**

**A．∀*x*∈[－2,2]，*f*(*x*)>*a*恒成立，则实数*a*的取值范围是*a*<－3**

**B．∃*x*∈[－2,2]，*f*(*x*)>*a*，则实数*a*的取值范围是*a*<－3**

**C．∃*x*∈[0,3]，*g*(*x*)＝*a*，则实数*a*的取值范围是－1≤*a*≤3**

**D．∀*x*∈[－2,2]，∃*t*∈[0,3]，*f*(*x*)＝*g*(*t*)**

**【答案】AC**

**【解析】作在A中，因为*f*(*x*)＝－2*x*＋1(*x*∈[－2,2])是单调递减函数，所以当*x*＝2时，函数的最小值为－3，因此*a*<－3，A正确；在B中，因为*f*(*x*)＝－2*x*＋1(*x*∈[－2,2])是单调递减函数，所以当*x*＝－2时，函数的最大值为5，因此*a*<5，B错误；在C中，函数*g*(*x*)＝*x*2－2*x*＝(*x*－1)2－1，*x*∈[0,3]，所以当*x*＝1时，函数*g*(*x*)取得最小值－1，当*x*＝3时，函数*g*(*x*)取得最大值3，故函数的值域为[－1,3]，由*g*(*x*)＝*a*有解，知*a*∈*g*(*x*)的值域，即－1≤*a*≤3，C正确；在D中，∀*x*∈[－2,2]，∃*t*∈[0,3]，*f*(*x*)＝*g*(*t*)等价于*f*(*x*)的值域是*g*(*t*)的值域的子集，而*f*(*x*)的值域是[－3,5]，*g*(*t*)的值域是[－1,3]，D错误．**

**12.若函数*f*(*x*)＝8*x*2－2*kx*－7在[1,5]上为单调函数，则实数*k*的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_．**

**【答案】(－∞，8]∪[40，＋∞)**

**【解析】作由题意知函数*f*(*x*)＝8*x*2－2*kx*－7的图象的对称轴为*x*＝，因为函数*f*(*x*)＝8*x*2－2*kx*－7在[1,5]上为单调函数，所以≤1或≥5，解得*k*≤8或*k*≥40，所以实数*k*的取值范围是(－∞，8]∪[40，＋∞)．**

**13.若*f*(*x*)＝(*m*－1)*x*2＋6*mx*＋2是偶函数，则*f*(0)，*f*(1)，*f*(－2)从小到大的排列是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．**

**【答案】*f*(－2)<*f*(1)<*f*(0)**

**【解析】作∵*f*(*x*)是偶函数，∴*f*(－*x*)＝*f*(*x*)恒成立，即(*m*－1)*x*2－6*mx*＋2＝(*m*－1)*x*2＋6*mx*＋2恒成立，∴*m*＝0，即*f*(*x*)＝－*x*2＋2.∵*f*(*x*)的图象开口向下，对称轴为*y*轴，在[0，＋∞)上单调递减，**

**∴*f*(2)<*f*(1)<*f*(0)，又∵*f*(*x*)＝－*x*2＋2为偶函数，∴*f*(2)＝*f*(－2)．即*f*(－2)<*f*(1)<*f*(0)．**

**14.(一题两空)已知函数*f*(*x*)＝*x*2＋*ax*＋2(*a*>0)在区间[0,2]上的最大值等于8，则*a*＝\_\_\_\_\_\_\_\_；函数*y*＝*f*(*x*)在区间[－2,1]上的值域为\_\_\_\_\_\_\_\_．**

**【答案】1　**

**【解析】作由题知函数*f*(*x*)图象的对称轴为直线*x*＝－<0，故*f*(*x*)max＝*f*(2)＝6＋2*a*＝8，所以*a*＝1，则*f*(*x*)＝*x*2＋*x*＋2＝**＋.因为*f*(*x*)的对称轴为直线*x*＝－∈[－2,1]且*f*＝，*f*(－2)＝4，*f*(1)＝4，所以所求值域为**

**15．(10分)已知函数**

**（1）试判断函数在（-1，+）上的单调性，并给予证明；**

**（2）试判断函数在的最大值和最小值**

**【解析】（1）∵，**

**∴函数在上是增函数，**

**证明：任取，，且，**

**则，**

**∵，∴，，**

**∴，即，**

**∴在上是增函数.**

**（2）∵在上是增函数，**

**∴在上单调递增，**

**它的最大值是，**

**最小值是．**

**16.设函数*f*(*x*)＝*ax*2＋(*b*－8)*x*－*a*－*ab*的两个零点分别是－3和2.**

**(1)求函数*f*(*x*)；**

**(2)当函数*f*(*x*)的定义域是[0,1]时，求函数*f*(*x*)的值域．**

**【解析】(1)∵*f*(*x*)的两个零点是－3和2，∴－3和2是方程*ax*2＋(*b*－8)*x*－*a*－*ab*＝0的两根，**

**∴有9*a*－3(*b*－8)－*a*－*ab*＝0，①　4*a*＋2(*b*－8)－*a*－*ab*＝0.②　①－②得*b*＝*a*＋8.③**

**将③代入②得4*a*＋2*a*－*a*－*a*(*a*＋8)＝0，即*a*2＋3*a*＝0.∵*a*≠0，∴*a*＝－3，∴*b*＝*a*＋8＝5，∴*f*(*x*)＝－3*x*2－3*x*＋18.**

**(2)由(1)得*f*(*x*)＝－3*x*2－3*x*＋18＝－3(*x*＋)2＋＋18.图像的对称轴是直线*x*＝－.**

**∵0≤*x*≤1，∴*f*(*x*)min＝*f*(1)＝12，*f*(*x*)max＝*f*(0)＝18，∴此时函数*f*(*x*)的值域是[12,18]．**

**17．(12分)已知函数.**

**（1）若，求的定义域；**

**（2）若在区间上是减函数，求实数的取值范围.**

**【解析】(1)当且时，由得，即函数的定义域是.**

**(2)当即时，令**

**要使在上是减函数，则函数在上为减函数，即，并且且，解得；**

**当即时 ，令**

**要使在上是减函数，则函数在为增函数，即**

**并且，解得**

**综上可知，所求实数的取值范围是.**

18函数的函数值表示不超过的最大整数，例如，，.则对于函数，有下列说法:①的值域为；②是1为周期的周期函数；③是偶函数；④在区间上是单调递增函数.其中，正确的命题序号为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】①②④

【解析】

当时，，，所以，故①④正确；

当时，则，，

，故②正确；

，，所以③错误.

故答案为：①②④.

19.函数是定义在上的奇函数，且

（1）求函数的解析式；

（2）用定义证明:在上是增函数；

（3）解不等式:

【答案】（1）；（2）见详解；（3）.

【解析】（1）是定义在上的奇函数，

.

又，

.经检验符合题意.

.

（2）设，则



.

，

，

，

所以在上是增函数.

（3）是定义在上的奇函数，

由，得

，

又是定义在上的增函数，

，

解得，

所以原不等式的解集为.

20．已知是定义在[-1，1]上的奇函数且，若*a*､*b*∈[-1，1]，*a*+*b*≠0，有成立.

（1）判断函数在[-1，1]上是增函数还是减函数，并加以证明.

（2）解不等式.

（3）若对所有､， 恒成立，求实数*m*的取值范围.

【答案】（1）是增函数，证明见解析;（2） ;（3）

【解析】（1）任取，且，则，

又∵为奇函数，

∴，

由已知得，，

∴，即.

∴在上单调递增.

（2）∵在上单调递增，

∴，∴，

∴不等式的解集为.

（3）因为在[﹣1，1]上是增函数，

所以，即1是的最大值．

若对所有､恒成立，

则有，对恒成立，

即恒成立．

令，它的图象是一条线段，

那么，

解得：．